

UNIVERSIDAD  
**CATÓLICA**  
BOLIVIANA



**ANIVERSARIO**  
Inspirando personas,  
transformando vidas

**UNIVERSIDAD CATÓLICA BOLIVIANA “SAN  
PABLO”**  
**DOSSIER DE ESTUDIO PARA LA PRUEBA DE LA  
BECA BACHILLER**

**2026**



## CONTENIDO

MATEMÁTICAS .....	3
I. ALGEBRA.....	3
II. ECUACIONES E INECUACIONES .....	7
III. TRIGONOMETRÍA .....	10
IV. FUNCIONES .....	14
V. GEOMETRÍA ANALÍTICA .....	16
- SOLUCIONARIO DE MATEMÁTICAS .....	20
A. ALGEBRA.....	20
B. EXPONENTES Y LOGARITMOS.....	29
C. ECUACIONES E INECUACIONES .....	34
D. TRIGONOMETRÍA .....	43
E. FUNCIONES .....	50
F. GEOMETRÍA ANALÍTICA .....	54
FORMULARIO MATEMÁTICAS .....	61
LENGUAJE .....	63
SOLUCIONARIO.....	67



## MATEMÁTICAS

### CONTENIDOS

- I. Álgebra
- II. Exponentes y Logaritmos
- III. Ecuaciones e Inecuaciones
- IV. Trigonometría
- V. Funciones
- VI. Geometría Analítica

### I. ALGEBRA

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

1. **Aplicando propiedades de potencias, simplifique al máximo la expresión algebraica y marque la respuesta correcta:**

$$(4x^2y^4)(2x^5y)$$

- A.  $8x^7y^5$
- B.  $6x^7y^5$
- C.  $8x^{10}y^4$
- D.  $6x^{10}y^4$
- E.  $8x^6y^6$

2. **Aplicando propiedades de potencias y raíces, simplifique al máximo la expresión algebraica y marque la respuesta correcta.**

$$\frac{\sqrt[3]{8x^2}}{\sqrt[3]{x^{-1}}}$$

- A.  $8x^3$
- B.  $2x^{-1}$
- C.  $2x$
- D.  $4x^{10}$
- E.  $2x^9$

3. **Opere el siguiente producto notable y marque la respuesta correcta**

$$(1 - 2r)^3$$



- A.  $1 - 8r^3$
- B.  $1 + 6r - 12r^2 - 8r^3$
- C.  $1 - 6r - 12r^2 - 8r^3$
- D.  $1 - 6r + 12r^2 - 8r^3$
- E. *Ninguno*

4. Despeje la variable que se indica y marque la respuesta correcta

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h ; \text{despeje } r$$

- A.  $r = \frac{3V}{\sqrt{\pi h}}$
- B.  $r = \sqrt{\frac{V}{3\pi h}}$
- C.  $r = \frac{\sqrt{3V}}{\pi h}$
- D.  $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$
- E.  $r = \sqrt{\frac{3h}{\pi V}}$

5. Despeje la variable que se indica y marque la respuesta correcta:

$$A = P \left( 1 + \frac{i}{100} \right)^2 ; \text{despeje } i$$

- A.  $i = 100 \left( \frac{\sqrt{A}}{P} - 1 \right)$
- B.  $i = 100 \left( \sqrt{\frac{A}{P}} - 1 \right)$
- C.  $i = 100 \left( \sqrt{\frac{A}{P}} - 1 \right)$
- D.  $i = 100 \sqrt{\frac{A}{P}} - 1$
- E. *ninguno*



6. Despeje “ $t$ ” y marque la respuesta correcta:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

A.  $t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$

B.  $t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$

C.  $t = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{2g}$

D.  $t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4gh}}{g}$

E.  $t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{2g}$

7. Factorice la siguiente expresión y marque la respuesta correcta

$$3x^3 - 27x$$

A.  $3(x - 3)(x + 3)$

B.  $3x(x - 3)^2$

C.  $3x(x - 3)(x + 3)$

D.  $x(3x^2 - 27)$

E. *Ninguno*

8. Racionalice el denominador de la siguiente expresión, opere, simplifique y marque la respuesta correcta:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

A.  $-\sqrt{3} - \sqrt{2}$

B.  $\sqrt{2} - \sqrt{3}$

C.  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

D. 1

E.  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$



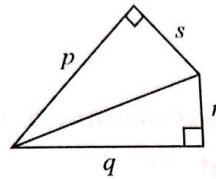
9. Calcule el resultado simplificado de la siguiente operación y marque la respuesta correcta

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x - 3} * \frac{3 - x}{3 + x}$$

- A.  $-1$
- B.  $\frac{1-x}{x+1}$
- C.  $+1$
- D.  $\frac{x-1}{x+1}$
- E. *Ninguno*

10. En la figura,  $p, q, r, s$  representan las medidas de sus lados. Dos de sus ángulos interiores son rectos. ¿Cuál de las siguientes opciones representa el área de la figura?

- A.  $p + q + r + s$
- B.  $pq + rs$
- C.  $\frac{ps+rq}{2}$
- D.  $\frac{pq+rs}{2}$
- E.  $\frac{pr+qs}{2}$





## II. ECUACIONES E INECUACIONES

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

1. Resuelva la siguiente ecuación y marque la respuesta correcta:

$$\frac{1}{2}x - 8 = 1$$

- A.  $x = 18$
- B.  $x = \frac{9}{2}$
- C.  $x = -14$
- D.  $x = -\frac{7}{2}$
- E.  $x = 13$

2. Resuelva la siguiente ecuación y marque la respuesta correcta:

$$-7w = 15 - 2w$$

- A.  $w = 3$
- B.  $w = -3$
- C.  $w = -14$
- D.  $w = -\frac{1}{5}$
- E.  $w = \frac{1}{5}$

3. Resuelva la siguiente ecuación y marque la respuesta correcta:

$$2(1 - x) = 3(1 + 2x) + 5$$

- A.  $x = -\frac{3}{2}$
- B.  $x = \frac{3}{4}$
- C.  $x = -\frac{5}{2}$
- D.  $x = -\frac{7}{2}$
- E.  $x = -\frac{3}{4}$



4. Resuelva la ecuación cuadrática y marque la respuesta correcta:  $3x^2 - 12x + 6 = 0$

A.  $x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = -4 + \sqrt{2}$

B.  $x_1 = -2, x_2 = \sqrt{2}$

C.  $x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2}$

D.  $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{3}{4}$

E.  $x_1 = +\sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$

5. Dada la desigualdad  $4x + 7 \leq 19$ . Calcule y marque la respuesta correcta para:

i)  $x = 1$ ;    ii)  $x = 4$ ;    iii)  $x = 5$

A. i) Falsa, ii) Falsa, iii) Falsa

B. i) Verdadera, ii) Verdadera, iii) Verdadera

C. i) Falsa, ii) Falsa, iii) Verdadera

D. i) Verdadera, ii) Falsa, iii) Falsa

E. i) Falsa, ii) Verdadera, iii) Falsa

6. Resuelva la desigualdad racional y marque la respuesta correcta para:

$$\frac{2}{3x - 6} < 0$$

A.  $(-\infty, 2)$

B.  $(-\infty, -2)$

C.  $(-2, \infty)$

D.  $(-2, 2)$

E.  $(-\infty, -2]$

7. Indique cuál es la forma equivalente de la propiedad de desigualdad con valor absoluto

y marque la respuesta correcta:  $|x| \geq c$

A.  $x \leq -c \cup c \geq x$

B.  $x < -c \cup c < x$

C.  $x \geq c$

D.  $x \leq c \cap c = x$

E.  $x \leq -c \cup x \geq c$



8. Hallar el conjunto solución de la desigualdad con valor absoluto y marque la respuesta correcta:

$$|x - 5| \leq 3$$

- A. (2,7]
- B. [2,8]
- C. (3,8)
- D. (-2,8]
- E. [-2,8)

9. Encuentre todas las soluciones del sistema de ecuaciones y marque la respuesta correcta:

$$\begin{aligned} 10x + 9y &= 8 \\ 8x - 15y &= -1 \end{aligned}$$

- A.  $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$
- B.  $x = 2; y = 3$
- C.  $x = \frac{1}{2}; y = -3$
- D.  $x = -\frac{1}{3}; y = -\frac{1}{2}$
- E.  $x = 2; y = \frac{1}{3}$

10. Resuelva el siguiente problema y marque la respuesta correcta: Una tienda de ropa que realiza una venta de liquidación anuncia que todos los precios tienen un descuento de 20%. Si una camisa está a la venta en Bs. 32. ¿Cuál es su precio de Preventa?

- A. Bs. 35
- B. Bs. 38
- C. Bs. 40
- D. Bs. 42
- E. Bs. 48



### III. TRIGONOMETRÍA

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

1. Dado el teorema de Pitágoras:  $a^2 = b^2 - c^2$ , ¿qué puede afirmar?

- A.  $a$  es un cateto,  $b$  es un cateto,  $c$  es un cateto
- B.  $a$  es un cateto,  $b$  es un cateto,  $c$  es hipotenusa
- C.  $a$  es un cateto,  $b$  es hipotenusa,  $c$  es un cateto
- D.  $a$  es hipotenusa,  $b$  es un cateto,  $c$  es un cateto
- E. Ninguna

2. Por definición  $\sec^2(A) - \tan^2(A) =$

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

3. ¿Cuál de las siguientes expresiones es una consecuencia de la ley de senos?

- A.  $a = b \frac{\sin(B)}{\sin(A)}$
- B.  $a = b \frac{\sin(A)}{\sin(B)}$
- C.  $a = \frac{\sin(B) \sin(A)}{b}$
- D.  $a = \frac{b}{\sin(A) \sin(B)}$
- E. Ninguna

4. Sea la ley de cosenos  $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cdot \cos(A)$ , ¿qué puede afirmar?

- A. Expresión correcta
- B. Expresión equivocada en el ángulo
- C. Expresión equivocada por un signo
- D. Expresión equivocada por el coeficiente delante de “ $bc$ ”
- E. Expresión equivocada por las potencias

5. La hipotenusa en un triángulo rectángulo:



- A. Siempre tiene una longitud igual que un cateto
- B. Siempre tiene una longitud menor que un cateto
- C. Es el lado más corto
- D. Es el lado más largo
- E. Ninguna

**6. La definición de  $\sin(A)$  es:**

- A. Opuesto/adyacente
- B. Opuesto/hipotenusa
- C. Adyacente/hipotenusa
- D. Adyacente/opuesto
- E. Ninguna

**7. La definición de  $\cot(A)$  es:**

- A. Opuesto/adyacente
- B. Opuesto/hipotenusa
- C. Adyacente/hipotenusa
- D. Adyacente/opuesto
- E. Ninguna

**8. Pensando en las coordenadas rectangulares  $(x, y)$ . Sabiendo que:**

$$x = \cos(A), y = \sin(A)$$

**¿Qué puede afirmar del punto  $x = \cos(200^\circ)$ ,  $y = \sin(200^\circ)$ ?**

- A.  $(x, y)$  está en el primer cuadrante
- B.  $(x, y)$  está en el segundo cuadrante
- C.  $(x, y)$  está en el tercer cuadrante
- D.  $(x, y)$  está en el cuarto cuadrante
- E.  $(x, y)$  está sobre un eje



9. Sea  $\sin(\pi t)$ , donde  $t$  pertenece a los reales, ¿cuánto dura un ciclo para que  $\sin(\pi t)$  se vuelva a repetir?

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3
- E. No se puede determinar

10. Dado que conoce la gráfica de  $\sin(x)$ , ¿cómo será la gráfica de  $2\sin(x)$  con respecto a  $\sin(x)$ ?

- A. De amplitud más pequeña
- B. De amplitud igual
- C. De amplitud más grande
- D. Toda la gráfica se recorre hacia arriba o hacia abajo
- E. Toda la gráfica se recorre hacia la derecha o hacia la izquierda

11. Sabiendo que  $\tan(B) = 3/4$ , y que la hipotenusa es 5,  $\sin(B)$  es:

- A.  $4/5$
- B.  $3/4$
- C.  $4/3$
- D.  $5/3$
- E.  $3/5$

12. Hallar el área de un triángulo, donde sus lados  $a = 6$ ,  $b = 8$  forman un ángulo donde se sabe que  $\sin(C) = 0.25$

- A. 6
- B. 12
- C. 14
- D. 24
- E. 48

13. Sea  $\sin(x) = 0.10$ ,  $x$  es:

- A.  $x = \arcsin(0.10)$
- B.  $x = \sin(0.10)$
- C.  $x = \arcsin(1)$
- D.  $x = \sin(1)$
- E. No se puede determinar  $x$  con la información proporcionada



**14. Sea la ecuación  $\sin(x) = 6$**

- A. No tiene solución
- B. Tiene una solución
- C. Tiene dos soluciones
- D. Tiene muchas soluciones
- E. Ninguna

**15. Sea la ecuación  $\sin(x) = 0.25$**

- A. No tiene solución
- B. Tiene una solución
- C. Tiene dos soluciones
- D. Tiene muchas soluciones
- E. Ninguna



#### IV. FUNCIONES

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

**1. El rango de una función es:**

- A. El conjunto de valores de la variable X para los cuales la función está definida.
- B. El conjunto de valores de la variable Y para los cuales la función está definida.
- C. La intersección de la función con el eje X
- D. La intersección de la función con el eje Y
- E. Ninguno

**2. Se dice que una función es simétrica respecto al origen de coordenadas, cuando:**

- A.  $f(x) = -f(-x)$
- B.  $f(-x) = f(x)$
- C.  $f(x) = -f(x)$
- D.  $f(x) = 0$
- E. Ninguno

**3. La traslación vertical de una función puede expresarse como**

- A.  $f(c \cdot x)$
- B.  $f(x \pm c)$
- C.  $c \cdot f(x)$
- D.  $-f(x)$
- E.  $f(x) \pm c$

**4. Dada la función  $f(x) = 2^x$  calcule el valor de  $f(-4)$**

- A.  $f(-4) = -8$
- B.  $f(-4) = \frac{1}{16}$
- C.  $f(-4) = -16$
- D.  $f(-4) = \frac{1}{8}$
- E. Ninguno



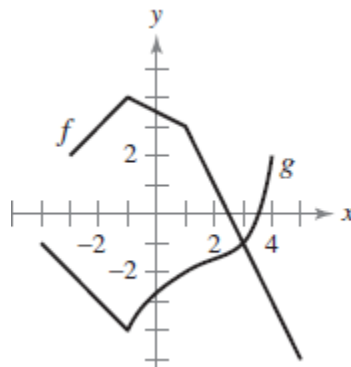
5. El dominio de la función:  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  es:

- A. Todos los números reales excepto -1
- B. Todos los números reales excepto 1
- C. El intervalo  $[1, \infty[$
- D. Todos los números reales
- E. Ninguno

6. Sea:  $f(x) = \sqrt{x}$  y  $g(x) = x^2 + 1$  Evalúe:  $g(f(1))$

- A. -1
- B. 0
- C. 1
- D. 2
- E. Ninguno

7. Utilice el gráfico de  $f$  y  $g$  para evaluar  $g(f(2))$ :



- A. -1
- B. 2
- C. 1
- D. 0
- E. -2



## V. GEOMETRÍA ANALÍTICA

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

- 1. Se dice que los puntos  $M(1, 2)$  y  $N(0, -1)$  pertenecen a  $y = x^2 + x$ , ¿qué puede afirmar?**
  - A. Solo M pertenece
  - B. Solo N pertenece
  - C. M y N pertenecen
  - D. Ni M ni N pertenecen
  - E. Ninguna
  
- 2. El punto medio entre dos puntos  $(-3, 4)$  y  $(-3, 6)$  es:**
  - A.  $(0, -5)$
  - B.  $(-6, 5)$
  - C.  $(-3, 5)$
  - D.  $(3, -5)$
  - E. Ninguna
  
- 3. La pendiente entre los puntos  $(1, -1)$  y  $(-1, 1)$  es:**
  - A.  $-2$
  - B.  $-1$
  - C.  $0$
  - D.  $1$
  - E.  $2$
  
- 4. Dada la recta  $y = 5x - 1$ , ¿cuál de las siguientes es su paralela?**
  - A.  $y = -x + 5$
  - B.  $y = -1$
  - C.  $y = 5x$
  - D.  $y = -x - 5$
  - E. Ninguna



**5. ¿Cuál de las siguientes rectas es decreciente?**

- A.  $y = -x + 5$
- B.  $y = 0x + 5$
- C.  $y = x + 5$
- D.  $y = 2$
- E.  $x = 3$

**6. ¿Cuál de las siguientes rectas es horizontal?**

- A.  $y = -x + 5$
- B.  $y = x + 5$
- C.  $y = x$
- D.  $y = -3$
- E.  $x = -4$

**7. Define “polígono regular”**

- A. Figura cerrada con todos sus lados iguales, pero ángulos diferentes
- B. Figura cerrada con todos sus lados diferentes, pero ángulos iguales
- C. Figura no cerrada con todos sus lados y ángulos iguales
- D. Figura cerrada con todos sus lados y ángulos iguales
- E. Ninguna

**8. La recta  $y = -4x + 4$ , ¿en qué punto intercepta con el eje  $y$ ?**

- A. (4, 0)
- B. (0, 4)
- C. (0, 0)
- D. (-4, 0)
- E. (0, -4)

**9. La recta  $y = 2x - 2$ , ¿en qué punto intercepta con el eje  $x$ ?**

- A. (1, 0)
- B. (-1, 0)
- C. (0, 0)
- D. (0, 1)
- E. (0, -1)



**10. Dadas las rectas L1:  $y = x - 1$ ; L2:  $y = -x + 1$ ; L3:  $y = -x - 1$ , ¿cuáles se interceptan en el eje  $y$ ?**

- A. L1 y L2
- B. L1 y L3
- C. L2 y L3
- D. Ninguna pasa por el eje  $y$
- E. Todas pasan por el eje  $y$ , pero no se interceptan

**11. Para encontrar la ecuación de una recta, se necesita conocer:**

- A. Solo la pendiente
- B.  $(a, 0)$  y  $(0, b)$  que pertenecen a la recta
- C. Solo un punto
- D. Solo la intersección con el eje  $y$
- E. Ninguna

**12. Para encontrar la normal una recta**

- A. Solo se necesita conocer la recta original
- B. Solo se necesita conocer un punto de la recta original
- C. Se necesita conocer la recta original y un punto cualquiera
- D. Solo se necesita conocer un punto cualquiera
- E. Ninguna

**13. ¿Qué afirmación puede dar sobre el punto  $(1, 1)$ ?**

- A. Esta sobre la circunferencia unitaria
- B. Esta fuera de la circunferencia unitaria
- C. Esta dentro de la circunferencia unitaria
- D. Forma un ángulo de 90 grados
- E. Forma un ángulo de 180 grados



14. La forma general de una circunferencia es  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ , si se define la circunferencia  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$ , ¿cuánto vale el radio de la circunferencia?

- A. -1
- B. 1
- C. 3
- D. -3
- E. 9

15. La forma general de una circunferencia es  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ , si se define la circunferencia  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$ , ¿dónde se encuentra el centro de la circunferencia?

- A. (-3, -1)
- B. (-3, 1)
- C. (3, -1)
- D. (3, 1)
- E. Ninguna



- SOLUCIONARIO DE MATEMÁTICAS

A. ALGEBRA

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

1. Aplicando propiedades de potencias, simplifique al máximo la expresión algebraica y marque la respuesta correcta:

$$(4x^2y^4)(2x^5y)$$

- A.  $8x^7y^5$   
B.  $6x^7y^5$   
C.  $8x^{10}y^4$   
D.  $6x^{10}y^4$   
E.  $8x^6y^6$

Explicando:

$(4x^2y^4)(2x^5y)$  al ser una multiplicación podemos reorganizar los términos.

$4 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x^5 \cdot y^4 \cdot y$  podemos simplificar términos algebraicos, mediante la ley de exponentes que dice que si las bases de dos términos algebraicos son iguales en una multiplicación se pueden sumar los exponentes.

$$x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$$

$$y^4 \cdot y = y^{4+1} = y^5$$

$$8 \cdot x^7 \cdot y^5 = 8x^7y^5 \text{ respuesta final.}$$

2. Aplicando propiedades de potencias y raíces, simplifique al máximo la expresión algebraica y marque la respuesta correcta.

$$\frac{\sqrt[3]{8x^2}}{\sqrt[3]{x^{-1}}}$$

- A.  $8x^3$   
B.  $2x^{-1}$   
C.  $2x$   
D.  $4x^{10}$   
E.  $2x^9$



Explicando:

Existe más de una manera para resolver este ejercicio. Según propiedades de los radicales

podemos aplicar la siguiente equivalencia  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ .

$\frac{\sqrt[3]{8x^2}}{\sqrt[3]{x^{-1}}} = \sqrt[3]{\frac{8x^2}{x^{-1}}}$  procedemos a simplificar la división de términos algebraicos.

$\frac{8x^2}{x^{-1}} = 8x^2 \cdot x^{+1}$  aplicamos otra de las propiedades de los exponentes negativos.  $a^{-1} = \frac{1}{a^{+1}}$ ; ó

en nuestro caso  $\frac{1}{x^{-1}} = x^{+1}$ .

$8x^2 \cdot x^{+1} = 8x^{2+1} = 8x^3$  podemos simplificar términos algebraicos en multiplicación, si las bases de dos términos algebraicos son iguales en una multiplicación se pueden sumar los exponentes.

$\sqrt[3]{8x^3} = \sqrt[3]{2^3x^3}$  para poder eliminar la raíz cúbica procedemos a descomponer al número 8 en sus factores primos

= 2x finalmente, obtenemos el resultado final de la simplificación.

3. Opere el siguiente producto notable y marque la respuesta correcta

$$(1 - 2r)^3$$

- A.  $1 - 8r^3$
- B.  $1 + 6r - 12r^2 - 8r^3$
- C.  $1 - 6r - 12r^2 - 8r^3$
- D.  $1 - 6r + 12r^2 - 8r^3$**
- E. *Ninguno*

Explicando:

Según los productos notables, el cubo de un binomio se puede representar de la siguiente manera:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3; \text{ para nuestro ejercicio el término } a = 1 \text{ y } b = 2r$$

$$(1 - 2r)^3 = 1^3 - 3 \cdot 1^2 \cdot 2r + 3 \cdot 1 \cdot (2r)^2 - (2r)^3 \text{ reemplazamos y simplificamos}$$

$$= 1 - 6r + 3 \cdot 2^2 \cdot r^2 - 2^3 \cdot r^3$$

$$= 1 - 6r + 12r^2 - 8r^3, \text{ será la respuesta final}$$

4. Despeje la variable que se indica y marque la respuesta correcta

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h ; \text{ despeje } r$$

A.  $r = \frac{3V}{\sqrt{\pi h}}$



B.  $r = \sqrt{\frac{V}{3\pi h}}$

C.  $r = \frac{\sqrt{3V}}{\pi h}$

D.  $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$

E.  $r = \sqrt{\frac{3h}{\pi V}}$

Explicando:

Cambiamos el orden de la ecuación, sin alterar la misma.

$\frac{1}{3}\pi r^2 h = V$   $\cdot 3$  multiplicamos por el número 3 a ambos lados de la ecuación para simplificar el término  $\frac{1}{3}$ .

$\frac{1}{3}\pi r^2 h \cdot 3 = V \cdot 3$  reducimos términos semejantes mediante la división.

$$\pi r^2 h = V \cdot 3$$

$\pi r^2 h = V \cdot 3$   $\cdot \left(\frac{1}{\pi h}\right)$  multiplicamos  $\frac{1}{\pi h}$  a ambos lados de la igualdad para simplificar el lado izquierdo.

$$\frac{\pi r^2 h}{\pi h} = \frac{V \cdot 3}{\pi h}$$

$r^2 = \frac{V \cdot 3}{\pi h}$  aplicamos la raíz cuadrada en ambos extremos de la igualdad para simplificar la potencia de 2 de la variable  $r$

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{\frac{V \cdot 3}{\pi h}}$$

$r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$  finalmente obtendremos el resultado de la variable  $r$ .

5. Despeje la variable que se indica y marque la respuesta correcta:

$$A = P \left(1 + \frac{i}{100}\right)^2 ; \text{despeje } i$$

A.  $i = 100 \left(\frac{\sqrt{A}}{P} - 1\right)$

B.  $i = 100 \left(\sqrt{\frac{A}{P}} - 1\right)$

C.  $i = 100 \left(\sqrt{\frac{A}{P}} - 1\right)$



$$D. i = 100 \sqrt{\frac{A}{P}} - 1$$

E. ninguno

Explicando:

$A = P \left(1 + \frac{i}{100}\right)^2$   $\cdot \left(\frac{1}{P}\right)$  multiplicamos  $\frac{1}{P}$  a ambos lados de la igualdad para simplificarlos en el lado izquierdo

$\frac{A}{P} = \left(1 + \frac{i}{100}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{P}\right)$  simplificamos la variable  $P$  mediante la división

$\frac{A}{P} = \left(1 + \frac{i}{100}\right)^2$  posteriormente aplicamos la raíz cuadrada a ambos lados de la igualdad, de tal manera de simplificar la potencia de 2

$$\sqrt{\frac{A}{P}} = \sqrt{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^2}$$

$\sqrt{\frac{A}{P}} = 1 + \frac{i}{100}$   $\cdot -1$  eliminamos el número 1, restando a ambos lados de la igualdad con el mismo número.

$$\sqrt{\frac{A}{P}} - 1 = 1 - 1 + \frac{i}{100}$$

$\sqrt{\frac{A}{P}} - 1 = + \frac{i}{100}$   $\cdot 100$  multiplicamos por 100 ambos lados de la igualdad

$\left(\sqrt{\frac{A}{P}} - 1\right) \cdot 100 = \frac{i}{100} \cdot 100$  simplificamos el denominador de  $i$

$$\left(\sqrt{\frac{A}{P}} - 1\right) \cdot 100 = i$$

$i = 100 \cdot \left(\sqrt{\frac{A}{P}} - 1\right)$  finalmente obtenemos el valor de  $i$

6. Despeje “t” y marque la respuesta correcta:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

A.  $t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$

B.  $t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$



$$C. t = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{2g}$$

$$D. t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4gh}}{g}$$

$$E. t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{2g}$$

Explicando:

Para despejar  $t$  cambiamos el orden de la ecuación de tal manera que la variable se encuentre en el lado izquierdo

$$\frac{1}{2}gt^2 + v_0t = h$$

$\frac{1}{2}gt^2 + v_0t - h = 0$   $\cdot 2$  eliminamos los términos con fracciones, multiplicando el número 2 a ambos lados de la ecuación, mediante la propiedad distributiva.

$$\left(\frac{1}{2}gt^2 + v_0t - h\right) \cdot 2 = 0 \cdot 2$$

$\left(\frac{1}{2}gt^2\right) \cdot 2 + (v_0t) \cdot 2 - (h) \cdot 2 = 0 \cdot 2$  simplificando de esta manera el 2 del denominador

$gt^2 + 2v_0t - 2h = 0$  aplicamos la fórmula general de ecuaciones de segundo grado,  $t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ . Donde las constantes serían:  $a = g$ ;  $b = 2v_0$ ;  $c = -2h$  para luego

reemplazar en la fórmula general.

$$t = \frac{-(2v_0) \pm \sqrt{(2v_0)^2 - 4(g)(-2h)}}{2g}$$
 desarrollamos la fórmula y simplificamos

$$t = \frac{-2v_0 \pm \sqrt{4v_0^2 + 8gh}}{2g}$$
 debido a que comparten el mismo denominador. Separamos en dos

términos para poder simplificar

$$t = \frac{-2v_0}{2g} \pm \frac{\sqrt{4(v_0^2 + 2gh)}}{2g}$$
 por propiedad distributiva en la raíz cuadrada despejamos el 4 para

luego simplificarlo

$$t = \frac{-2v_0}{2g} \pm \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{2g}$$

$$t = -\frac{v_0}{g} \pm \frac{2 \cdot \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{2g}$$
 simplificamos

$$t = -\frac{v_0}{g} \pm \frac{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$$
 finalmente, al tener el mismo denominador. Compartimos el

denominador para obtener nuestra respuesta final.



UNIVERSIDAD  
CATÓLICA  
BOLIVIANA  
ERIGIDA CANÓNICAMENTE  
POR LA SANTA SEDE DESDE 2023

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$$



7. Factorice la siguiente expresión y marque la respuesta correcta

$$3x^3 - 27x$$

- A.  $3(x - 3)(x + 3)$
- B.  $3x(x - 3)^2$
- C.  $3x(x - 3)(x + 3)$
- D.  $x(3x^2 - 27)$
- E. *Ninguno*

Explicando:

$3x^3 - 27x$  procedemos a descomponer en sus factores primos al número 27

$3 \cdot x^2 \cdot x - 3 \cdot 3^2 \cdot x$  entonces  $27 = 3 \cdot 3^2$  y  $x^3 = x^2 \cdot x$ , donde los factores comunes serían  $3x$ , factorizamos.

$3 \cdot x(x^2 - 3^2)$  aplicando el producto notable  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$3x(x + 3)(x - 3)$  siendo está la respuesta final

8. Racionalice el denominador de la siguiente expresión, opere, simplifique y marque la respuesta correcta:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

- A.  $-\sqrt{3} - \sqrt{2}$
- B.  $\sqrt{2} - \sqrt{3}$
- C.  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$
- D. 1
- E.  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

Explicando:

$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \cdot \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}$  se multiplica el numerador y denominador por el conjugado del denominador.

$\frac{1 \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2}$  una vez hayamos aplicado la diferencia de cuadrados en el denominador,

procedemos a eliminar las raíces cuadradas del denominador

$$\frac{1 * (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{2 - 3}$$

$$\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{-1}$$



$-(\sqrt{2} - \sqrt{3})$  debido al signo negativo del denominador, procedemos a cambiar los signos en el numerador

$= \sqrt{3} - \sqrt{2}$  así obtenemos la respuesta final

9. Calcule el resultado simplificado de la siguiente operación y marque la respuesta correcta

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x - 3} \cdot \frac{3 - x}{3 + x}$$

A.  $-1$

B.  $\frac{1-x}{x+1}$

C.  $+1$

D.  $\frac{x-1}{x+1}$

E. *Ninguno*

Explicando:

En el numerador,  $x^2 + 2x - 3$  se puede factorizar como:  $x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$

Para el denominador,  $x^2 - 2x - 3$  se puede factorizar como:  $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$

$\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)(x-3)} \cdot \frac{3-x}{3+x}$  se puede factorizar el signo del numerador y cambiar el orden del

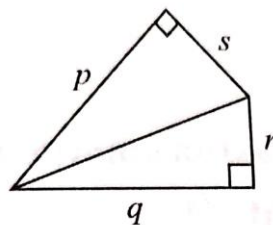
denominador de la segunda fracción.

$\frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)(x-3)} \cdot \frac{-(x-3)}{x+3}$  entonces simplificando se obtiene:

$\frac{-(x-1)}{x+1}$  multiplicando el signo del numerador.

$\frac{1-x}{x+1}$  obtenemos de esta manera la respuesta final

10. En la figura,  $p, q, r, s$  representan las medidas de sus lados. Dos de sus ángulos interiores son rectos. ¿Cuál de las siguientes opciones representa el área de la figura?



A.  $p + q + r + s$

B.  $pq + rs$



C.  $\frac{ps+rq}{2}$

D.  $\frac{pq+rs}{2}$

E.  $\frac{pr+qs}{2}$

Explicando:

Para poder encontrar el área debemos identificar que figuras geométricas son. Según el dibujo y al enfatizar en el enunciado que existen ángulos rectos, podemos concluir que tenemos 2 triángulos que son la mitad de rectángulos originalmente.

$$\text{Area de un triangulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

$$A1 = \frac{s \cdot p}{2} \text{ formulamos la ecuación del Área del primer triangulo rectángulo.}$$

$$A2 = \frac{r \cdot q}{2} \text{ formulamos la ecuación del Área del segundo triangulo rectángulo.}$$

$\text{Area Total} = A1 + A2$  será la suma de las áreas de los dos triángulos rectángulos.

$$\text{Area Total} = \frac{s \cdot p}{2} + \frac{r \cdot q}{2} \text{ simplificando}$$

$$\text{Area Total} = \frac{s \cdot p + r \cdot q}{2} = \frac{ps + rq}{2} \text{ obteniendo el resultado final}$$



## B. EXPONENTES Y LOGARITMOS

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

1. Una función exponencial es una igualdad representada por:

- A. La variable independiente en la base
- B. La variable independiente en el exponente**
- C. Sin variable independiente
- D. La variable independiente en la base y en el exponente
- E. Ninguno

Explicando:

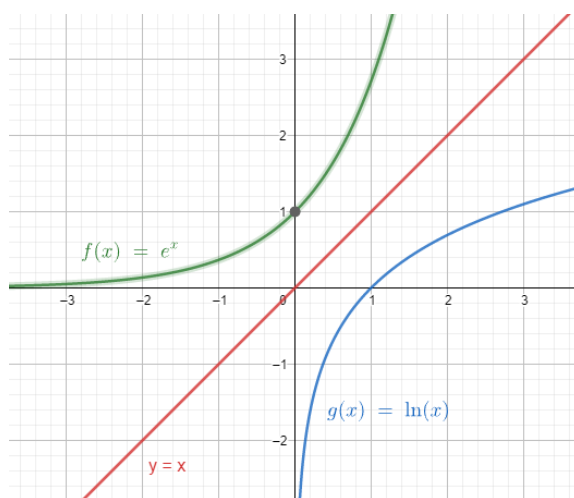
El modelo exponencial está dado por:  $f(x) = a^x$ . La variable independiente “x” se encuentra en el exponente.

2. Una función logarítmica se caracteriza por:

- A. Ser una función inversa a la exponencial**
- B. Ser una función igual a la exponencial
- C. Ser una función simétrica
- D. Ser una función discontinua
- E. Ninguno

Explicando:

Como se puede apreciar en el siguiente gráfico, la función exponencial y la función logarítmica son funciones uno a uno. Al ser simétricas respecto a la recta  $y = x$ , una es la inversa de la otra.



3. ¿Cuál es el dominio de una función logarítmica?

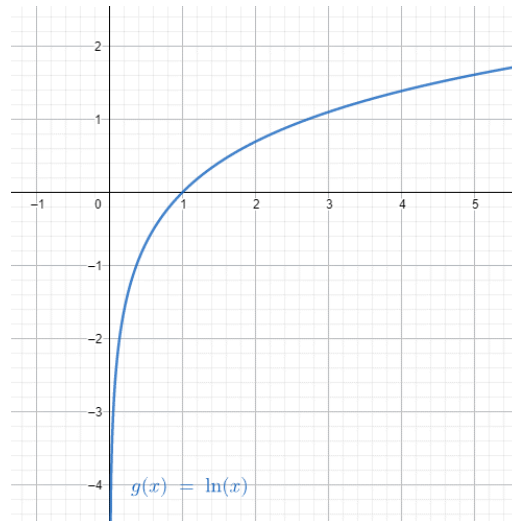
- A. Todos los números naturales



- B. Los números enteros negativos
- C. Los números reales positivos**
- D. Cualquier número
- E. Ninguno

Explicando:

Como se puede apreciar en el siguiente gráfico, el conjunto de valores de la variable “x” para los cuales una función logarítmica está definida, está dado por los números reales positivos.



4. El logaritmo de un número cuya base es el mismo número es siempre igual a:
- A. 0
  - B. 10
  - C. 1**
  - D. e
  - E. Ninguno

Explicando:

El  $\log_b b = 1$ . Esto se puede verificar aplicando la equivalencia de notación:  $b^1 = b$

5. El logaritmo del producto de dos números es igual:
- A. Al producto de los logaritmos de cada uno de ellos
  - B. A la suma de los logaritmos de cada uno de ellos**
  - C. A la diferencia de los logaritmos entre dividendo y el divisor
  - D. Al cociente de los logaritmos de cada uno de ellos
  - E. Ninguno

Explicando:

Una de las propiedades de logaritmos establece que  $\log_b(A \cdot B) = \log_b(A) + \log_b(B)$

6. El logaritmo natural o Neperiano es:



- A. El logaritmo con base 10 y se denota con "Ln"
- B. El logaritmo con base "e" y se denota con "Log"
- C. El logaritmo con base 1 y se denota con "Ln"
- D. El logaritmo con base "e" y se denota con "Ln"**
- E. Ninguno

Explicando:

El logaritmo natural no es más que un logaritmo común con base e (exponente natural)

$$\log_e(A) = \ln(A)$$

7. La fórmula del cambio de base es:

- A.  $\log_b x = \frac{\log_x x}{\log_a b}$
- B.  $\log_b x = \frac{\log_b x}{\log_a b}$
- C.  $\log_b x = \frac{\log_{10} x}{\log_a b}$
- D.  $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$**
- E. Ninguno

Explicando:

Para cambiar la base de un logaritmo, se aplica la fórmula:

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

Donde:  $a$  es la nueva base del logaritmo

8. Use la definición de logaritmos para hallar el valor de "x" de  $2^x = 16$

- A. 4**
- B. 8
- C. 1
- D. 14
- E. Ninguno

Explicando:

Aplicando la definición de logaritmo y una propiedad se tiene:  $x \cdot \log(2) = \log(16)$

Despejando:  $x = \frac{\log(16)}{\log(2)}$

Reescribiendo 16 como potencia:  $x = \frac{\log(2^4)}{\log(2)}$

Aplicando propiedades de logaritmos:  $x = \frac{4 \cdot \log(2)}{\log(2)}$



Simplificando:  $x = 4$

9. Calcula el resultado de la siguiente operación:

$$\log_4 2 + \log_4 32$$

- A. 6
- B. 3**
- C. 0
- D. 1
- E. Ninguno

Explicando:

Aplicando propiedades de logaritmos:  $\log_4[2 \cdot 32]$

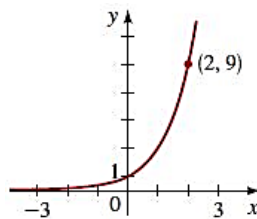
Operando:  $\log_4[64]$

Descomponiendo el argumento del logaritmo:  $\log_4[4^3]$

Aplicando propiedades de logaritmos:  $3 \log_4[4]$

Aplicando propiedades de logaritmos:  $3 \cdot 1 = 3$

10. Encuentre la función exponencial  $f(x) = a^x$  cuya gráfica se muestra a continuación



- A.  $f(x) = a^3$
- B.  $f(x) = 2^a$
- C.  $f(x) = 6^x$
- D.  $f(x) = 3^x$**
- E. Ninguno

Explicando:

Se puede evidenciar que el par ordenado mostrado, pertenece al modelo exponencial, en consecuencia, satisface el mismo. Esto nos permite sustituir los valores de “x” e “y” del punto en la forma algebraica del modelo:  $9 = a^2$

Descomponiendo el primer miembro:  $3^2 = a^2$

Aplicando condición de igualdad:  $3 = a$

En consecuencia, la función exponencial cuya gráfica se muestra es:  $f(x) = 3^x$



UNIVERSIDAD  
**CATÓLICA**  
BOLIVIANA  
ERIGIDA CANÓNICAMENTE  
POR LA SANTA SEDE DESDE 2023





### C. ECUACIONES E INECUACIONES

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

1. Resuelva la siguiente ecuación y marque la respuesta correcta:

$$\frac{1}{2}x - 8 = 1$$

A.  $x = 18$

B.  $x = \frac{9}{2}$

C.  $x = -14$

D.  $x = -\frac{7}{2}$

E.  $x = 13$

Explicando:

$\frac{1}{2}x - 8 = 1$  /+8 se elimina el número  $-8$  aplicando una suma de  $+8$  a ambos extremos

$$\frac{1}{2}x - 8 + 8 = 1 + 8$$

$\frac{1}{2}x = +9$  / $\cdot (+2)$  se multiplica el número  $+2$  a ambos extremos de tal manera de suprimir el  $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2}x \cdot 2 = +9 \cdot 2$$

$x = +18$  finalmente, el valor de  $x$  es  $18$

2. Resuelva la siguiente ecuación y marque la respuesta correcta:  $-7w = 15 - 2w$

A.  $w = 3$

B.  $w = -3$

C.  $w = -14$

D.  $w = -\frac{1}{5}$

E.  $w = \frac{1}{5}$

Explicando:

$-15 = -2w + 7w$  reducimos los términos los términos semejantes

$-15 = +5w$  / $\cdot \left(\frac{1}{5}\right)$  despejamos la variable  $w$ , multiplicando  $\frac{1}{5}$  a ambos lados de la igualdad.



$$-\frac{15}{5} = +\frac{5}{5}w \text{ simplificamos términos mediante la división}$$

$-3 = w$  el resultado final de  $w$  será  $-3$

3. Resuelva la siguiente ecuación y marque la respuesta correcta:  $2(1 - x) = 3(1 + 2x) + 5$

A.  $x = -\frac{3}{2}$

B.  $x = \frac{3}{4}$

C.  $x = -\frac{5}{2}$

D.  $x = -\frac{7}{2}$

E.  $x = -\frac{3}{4}$

Explicando:

Por la propiedad distributiva desarrollamos las multiplicaciones para que desaparezcan los paréntesis.

$2 - 2x = 3 + 6x + 5$  transponemos los términos con la variable  $x$  a un lado, y a las constantes al otro lado de la igualdad, recordando cambiar el signo

$2 - 3 - 5 = 6x + 2x$  reducimos términos semejantes restando los términos que tengan signos opuestos y manteniendo el signo del mayor.

$-6 = 8x$  para despejar la variable  $x$ , multiplicamos a ambos lados el número  $\frac{1}{8}$

$-\frac{6}{8} = \frac{8}{8}x$  simplificamos términos mediante la división, así como factores primos.

$$-\frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{8}{8}x$$

$-\frac{3}{4} = x$  el resultado final de  $x$  será  $-\frac{3}{4}$

4. Resuelva la ecuación cuadrática y marque la respuesta correcta:

$$3x^2 - 12x + 6 = 0$$

A.  $x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = -4 + \sqrt{2}$

B.  $x_1 = -2, x_2 = \sqrt{2}$

C.  $x_1 = 2 + \sqrt{2}, x_2 = 2 - \sqrt{2}$

D.  $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{3}{4}$

E.  $x_1 = +\sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$

Explicando:



$3x^2 - 12x + 6 = 0$  dividimos entre el número 3 ambos lados de la igualdad y a cada componente para reducir la complejidad de la ecuación.

$$\frac{3x^2 - 12x + 6}{3} = \frac{0}{3}$$

$$\frac{3x^2}{3} - \frac{12x}{3} + \frac{6}{3} = \frac{0}{3}$$

$1x^2 - 4x + 2 = 0$  aplicamos la formula general de ecuaciones de segundo grado,  $x =$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$1x^2 - 4x + 2 = 0$  donde las constantes serían:  $a = 1$ ;  $b = -4$ ;  $c = 2$

$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)}$  procedemos a simplificar los términos numéricos

$$x = \frac{+4 \pm \sqrt{16 - 8}}{2} = \frac{+4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{+4 \pm \sqrt{2^2 \cdot 2}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \frac{4}{2} \pm \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{2}$$

$x_1 = 2 + \sqrt{2}$ ;  $x_2 = 2 - \sqrt{2}$  finalmente encontramos el conjunto solución  $\{2 + \sqrt{2}; 2 - \sqrt{2}\}$

5. Dada la desigualdad  $4x + 7 \leq 19$ . Calcule y marque la respuesta correcta para:

i)  $x = 1$ ;    ii)  $x = 4$ ;    iii)  $x = 5$

A. i) Falsa, ii) Falsa, iii) Falsa

B. i) Verdadera, ii) Verdadera, iii) Verdadera

C. i) Falsa, ii) Falsa, iii) Verdadera

**D. i) Verdadera, ii) Falsa, iii) Falsa**

E. i) Falsa, ii) Verdadera, iii) Falsa

Explicando:

$4x + 7 \leq 19$  procedemos a evaluar el valor de  $x$ , sustituyendo los valores numéricos correspondientes.

$4(1) + 7 \leq 19$  si  $x = 1$  reemplazamos en la inecuación y procedemos a simplificar  $11 \leq 19$  la relación es "Verdadera", ya que 11 es menor que 19

$4(4) + 7 \leq 19$  si  $x = 4$  reemplazamos en la inecuación y procedemos a simplificar  $23 \leq 19$  la relación es "Falsa", ya que 23 es mayor que 19

$4(5) + 7 \leq 19$  si  $x = 5$  reemplazamos en la inecuación y procedemos a simplificar  $27 \leq 19$  la relación es "Falsa", ya que 27 es mayor que 19

Por lo tanto, la respuesta sería i) Verdadera; ii) Falsa iii) Falsa



6. Resuelva la desigualdad racional y marque la respuesta correcta para:

$$\frac{2}{3x-6} < 0$$

A.  $(-\infty, 2)$

B.  $(-\infty, -2)$

C.  $(-2, \infty)$

D.  $(-2, 2)$

E.  $(-\infty, -2]$

Explicando:

$\frac{2}{3x-6} < 0$  hallar la raíz del denominador

$$3x - 6 = 0$$

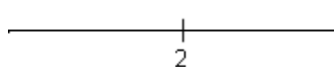
$$3x - 6 = 0 \quad /+6 \text{ despejamos la variable "x"}$$

$$3x - 6 + 6 = 0 + 6$$

$$3x = +6 \quad /\div 3$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{+6}{3}$$

$x = +2$  una vez hallada la raíz la dibujamos en la recta numérica

 para raíces en el denominador, las raíces serán abiertas según regla. Igualmente, podemos confirmar esta regla al evaluar. Según la gráfica se puede observar que tenemos 2 intervalos.  $(-\infty, 2)$  y  $(2, +\infty)$

$\frac{2}{3(1)-6} < 0$  para el primer intervalo  $(-\infty, 2)$  elegimos el valor de  $x = 1$ . Procedemos a evaluar y simplificar

$$\frac{2}{-3} < 0$$

$-\frac{2}{3} < 0$  donde encontramos que para el primer intervalo  $(-\infty, 2)$  la relación es verdadera

$\frac{2}{3(2)-6} < 0$  posteriormente evaluamos para el valor de  $x = 2$ , el cual es nuestra raíz.

$\frac{2}{0} < 0$  esto produce un valor indeterminado ya que es una división por 0, lo cual convierte a nuestra relación en falso.

$\frac{2}{3(3)-6} < 0$  para el segundo intervalo  $(2, +\infty)$  elegimos el valor de  $x = 3$ . Procedemos a evaluar y simplificar

$\frac{2}{3} < 0$  donde encontramos que para el segundo intervalo  $(2, +\infty)$  la relación es falsa. Por lo que no corresponde a la respuesta



Por lo tanto, la respuesta final será:  $(-\infty, 2)$  el único intervalo donde es Verdadera nuestra inecuación.

7. Indique cuál es la forma equivalente de la propiedad de desigualdad con valor absoluto y marque la respuesta correcta:  $|x| \geq c$

A.  $x \leq -c \cup c \geq x$

B.  $x < -c \cup c < x$

C.  $x \geq c$

D.  $x \leq c \cap c = x$

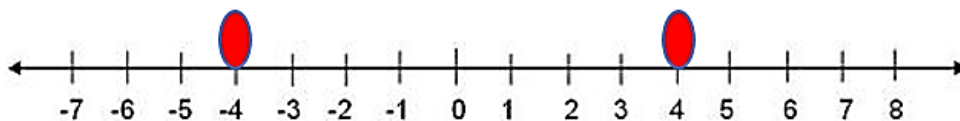
E.  $x \leq -c \cup x \geq c$

Explicando:

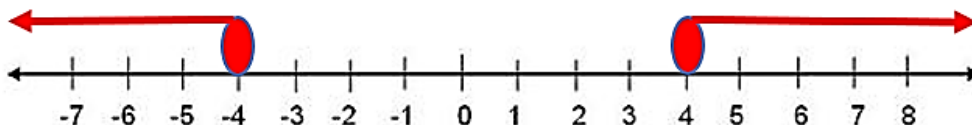
$|x| \geq 4$  por un instante, asignaremos el valor de  $c = 4$ . Y evaluaremos valores de  $x$  donde se cumpla con la relación. Donde deberemos verificar en que rangos de valores nuestra relación es verdadera. Donde  $x$  tendrá dos respuestas:

$x = -4$ , ya que  $|-4| \geq 4$  así  $+4 \geq 4$  es verdadero

$x = +4$ , ya que  $|+4| \geq 4$  así  $+4 \geq 4$  es verdadero



Rangos de números	$x$	$ x  \geq 4$	Observación	Rangos de Valores Aceptados
Números menores a $-4$	$-7$	$ -7  \geq 4$ $+7 \geq 4$	Cumple la relación. Por tanto, es VERDADERA	$x \leq -4$
Números entre $-4$ y $+4$	$-2$	$ -2  \geq 4$ $+2 \geq 4$	No cumple la relación. Por tanto, es FALSA	
Números mayores a $+4$	$+5$	$ +5  \geq 4$ $+5 \geq 4$	Cumple la relación. Por tanto, es VERDADERA	$x \geq 4$





Por regla se tendría que  $x \leq -4 \cup x \geq 4$ . Donde estos intervalos son los valores de  $x$  donde se cumple la desigualdad.

Por tanto, por analogía.  $|x| \geq c$  sería equivalente a:  $x \leq -c \cup x \geq c$

8. Hallar el conjunto solución de la desigualdad con valor absoluto y marque la respuesta correcta:

$$|x - 5| \leq 3$$

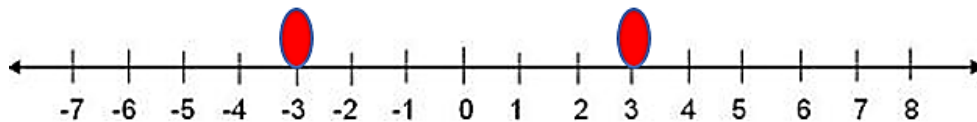
- A. (2,7]
- B. [2,8]
- C. (3,8)
- D. (-2,8]
- E. [-2,8)

Explicando:

$|x| \leq 3$  por un momento evaluaremos los valores de  $x$  para que nuestra desigualdad sea VERDADERA. Donde deberemos verificar en que rangos de valores nuestra relación es verdadera. Donde  $x$  tendrá dos respuestas:

$x = -3$ , ya que  $|-3| \leq 3$  así  $-3 \leq 3$  es verdadero

$x = +3$ , ya que  $|+3| \leq 3$  así  $+3 \leq 3$  es verdadero



Rangos de números	$x$	$ x  \leq 3$	Observación	Rangos de Valores Aceptados
Números menores a -3	-4	$ -4  \leq 3$ $+4 \leq 3$	No cumple la relación. Por tanto, es FALSA	
Números entre -3 y +3	-1	$ -1  \leq 3$ $+1 \leq 3$	Cumple la relación. Por tanto, es VERDADERA	$-3 \leq x$ $\leq +3$
Números mayores a +3	+5	$ +5  \leq 3$ $+5 \leq 3$	No cumple la relación. Por tanto, es FALSA	

Por analogía podemos aplicar la misma regla.

$|x - 5| \leq 3$  por regla  $|x| < a$  es equivalente a:  $-a < x < +a$ , por tanto, de la misma manera:  $|x| \leq a$  es equivalente a:  $-a \leq x \leq +a$



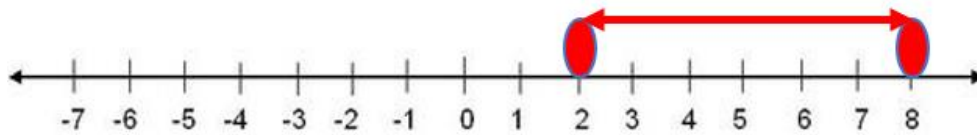
$-3 \leq x - 5 \leq 3$  donde sustituimos nuestra desigualdad en base a esta regla obteniendo la siguiente estructura.

$-3 \leq x - 5 \leq 3$  /+5 procedemos a despejar  $x$  sumando +5 a los extremos de la desigualdad.

$-3 + 5 \leq x - 5 + 5 \leq 3 + 5$  simplificamos

$+2 \leq x \leq +8$  el resultado final serían todos aquellos números mayores e iguales a +2, intersección todos los números menores o iguales a +8

[2,8] la otra manera de representar este intervalo es cerrado 2, cerrado 8.



9. Encuentre todas las soluciones del sistema de ecuaciones y marque la respuesta correcta:

$$\begin{aligned} 10x + 9y &= 8 \\ 8x - 15y &= -1 \end{aligned}$$

A.  $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$

B.  $x = 2; y = 3$

C.  $x = \frac{1}{2}; y = -3$

D.  $x = -\frac{1}{3}; y = -\frac{1}{2}$

E.  $x = 2; y = \frac{1}{3}$

Explicando:

$$\begin{aligned} 10x + 9y &= 8 \\ 8x - 15y &= -1 \end{aligned}$$

aplicaremos el método de Reducción (de Sumas y Restas)

$$\begin{aligned} 10x + 9y &= 8 & / \cdot (-8) \\ 8x - 15y &= -1 & / \cdot (+10) \end{aligned}$$

multiplicamos con números y signos que puedan provocar la

simplificación de la variable  $x$

$$\begin{aligned} -80x - 72y &= -64 \\ +80x - 150y &= -10 \end{aligned}$$

realizamos una suma de ecuación a ecuación, para luego encontrar el

valor de la variable  $y$

$$-80x + 80x - 72y - 150y = -64 - 10$$

$$-222y = -74$$

$$y = \frac{-74}{-222}$$

simplificamos los valores en el numerador y denominador, simplificando por

mitades.



$y = \frac{37}{111}$  simplificamos los valores en el numerador y denominador, simplificando dividiendo a ambos entre 37

$y = \frac{1}{3}$  una vez hallamos encontrado el valor de  $y$ . Procedemos a sustituirlo en cualquiera de las otras 2 ecuaciones.

$$10x + 9y = 8$$

$$10x + 9\left(\frac{1}{3}\right) = 8$$

$$10x + 3 = 8$$

$$10x = 8 - 3$$

$$10x = 5$$

$x = \frac{5}{10}$  simplificamos el numerador y el denominador dividiendo entre 5 ambos valores.

$$x = \frac{1}{2}$$

Finalmente, el conjunto solución será:  $x = \frac{1}{2}$ ;  $y = \frac{1}{3}$

10. Resuelva el siguiente problema y marque la respuesta correcta: Una tienda de ropa que realiza una venta de liquidación anuncia que todos los precios tienen un descuento de 20%. Si una camisa está a la venta en Bs. 32. ¿Cuál es su precio de Preventa?

- A. Bs. 35
- B. Bs. 38
- C. Bs. 40**
- D. Bs. 42
- E. Bs. 48

Explicando:

Primero se debe entender la relación de la venta, descuento y preventa. Lo que nos dará la siguiente fórmula.

$$\text{Precios de PREVENTA} - \text{Descuento} = \text{Precio de venta}$$

$\text{Precio de PREVENTA} = x$  asignamos una variable a nuestra interrogante. Es decir, nuestra incógnita es el precio de la PREVENTA.

$\text{Descuento} = x \cdot 0.2$  para obtener el descuento del 20% del valor de la PREVENTA, se debe multiplicar el precio de PREVENTA por 0.2

$\text{Precio de venta} = 32$  el precio de la venta es una constante

$x - (x \cdot 0,2) = 32$  posteriormente, remplazamos en nuestra relación y simplificamos.



$x - 0,2x = 32$  operamos entre términos semejantes

$x(1 - 0,2) = 32$  factorizamos la variable  $x$

$x(0,8) = 32$  despejamos  $x$

$x = \frac{32}{0,8} = 40$  finalmente, encontramos el valor de preventa Bs. 40



## D. TRIGONOMETRÍA

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

1. Dado el teorema de Pitágoras:  $a^2 = b^2 - c^2$ , ¿qué puede afirmar?

- A.  $a$  es un cateto,  $b$  es un cateto,  $c$  es un cateto
- B.  $a$  es un cateto,  $b$  es un cateto,  $c$  es hipotenusa
- C.  $a$  es un cateto,  $b$  es hipotenusa,  $c$  es un cateto
- D.  $a$  es hipotenusa,  $b$  es un cateto,  $c$  es un cateto
- E. Ninguna

Explicando:

Reescribiendo se tendrá:  $a^2 + c^2 = b^2$

Donde la hipotenusa es la suma de los cuadrados de los catetos.

2. Por definición  $\sec^2(A) - \tan^2(A) =$

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

Explicando:

$$\begin{aligned}\sec^2(A) - \tan^2(A) &= \frac{1}{\cos^2(A)} - \frac{\sin^2(A)}{\cos^2(A)} = \\ &= \frac{1 - \sin^2(A)}{\cos^2(A)} = \frac{\cos^2(A) + \sin^2(A) - \sin^2(A)}{\cos^2(A)} = \frac{\cos^2(A)}{\cos^2(A)} = 1\end{aligned}$$

3. ¿Cuál de las siguientes expresiones es una consecuencia de la ley de senos?

- A.  $a = b \frac{\sin(B)}{\sin(A)}$
- B.  $a = b \frac{\sin(A)}{\sin(B)}$
- C.  $a = \frac{\sin(B) \sin(A)}{b}$
- D.  $a = \frac{b}{\sin(A) \sin(B)}$
- E. Ninguna

Explicando:

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)}$$

$$a = \frac{b}{\sin(B)} \sin(A)$$

4. Sea la ley de cosenos  $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cdot \cos(A)$ , ¿qué puede afirmar?

- A. Expresión correcta
- B. Expresión equivocada en el ángulo
- C. Expresión equivocada por un signo
- D. Expresión equivocada por el coeficiente delante de "bc"**
- E. Expresión equivocada por las potencias

Explicando:

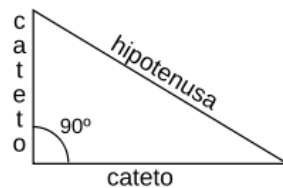
La expresión correcta sería  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(A)$

5. La hipotenusa en un triángulo rectángulo:

- A. Siempre tiene una longitud igual que un cateto
- B. Siempre tiene una longitud menor que un cateto
- C. Es el lado más corto
- D. Es el lado más largo**
- E. Ninguna

Explicando:

La hipotenusa es el lado opuesto al ángulo de  $90^\circ$  y siempre tiene la mayor longitud.



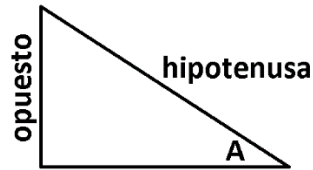
6. La definición de  $\sin(A)$  es:

- A. Opuesto/adyacente
- B. Opuesto/hipotenusa**
- C. Adyacente/hipotenusa
- D. Adyacente/opuesto
- E. Ninguna



Explicando:

Por definición  $\sin(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$



7. La definición de  $\cot(A)$  es:

- A. Opuesto/adyacente
- B. Opuesto/hipotenusa
- C. Adyacente/hipotenusa
- D. Adyacente/opuesto**
- E. Ninguna

Explicando:

Sabe que  $\cot(A) = \frac{1}{\tan(A)}$ , así

$$\cot(A) = \frac{1}{\frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}} = \frac{\text{adyacente}}{\text{opuesto}}$$

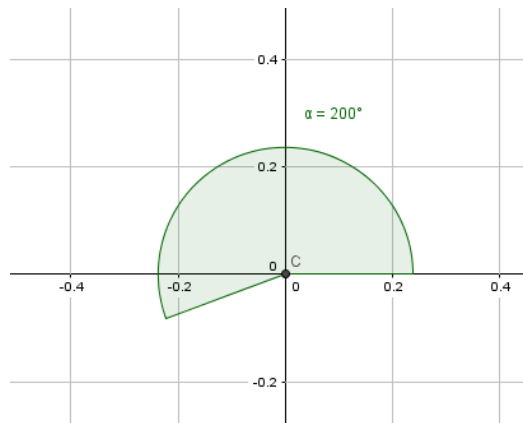
8. Pensando en las coordenadas rectangulares  $(x, y)$ . Sabiendo que  $x = \cos(A)$ ,  $y = \sin(A)$

¿Qué puede afirmar del punto  $x = \cos(200^\circ)$ ,  $y = \sin(200^\circ)$ ?

- A.  $(x, y)$  está en el primer cuadrante
- B.  $(x, y)$  está en el segundo cuadrante
- C.  $(x, y)$  está en el tercer cuadrante**
- D.  $(x, y)$  está en el cuarto cuadrante
- E.  $(x, y)$  está sobre un eje



Explicando:



200° corresponde al tercer cuadrante

9. Sea  $\sin(\pi t)$ , donde  $t$  pertenece a los reales, ¿cuánto dura un ciclo para que  $\sin(\pi t)$  se vuelva a repetir?
- A. 0
  - B. 1
  - C. 2**
  - D. 3
  - E. No se puede determinar

Explicando:

Del enunciado  $\omega = \pi$ , entonces:

$$\omega = 2\pi f = \pi$$

$$f = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

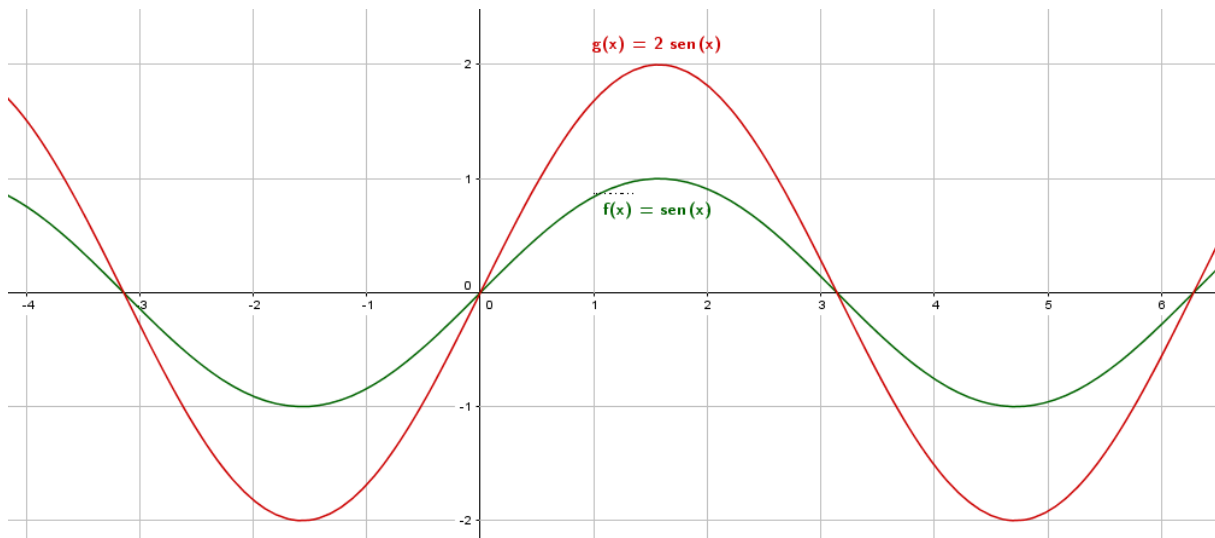
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} \rightarrow T = 2$$

10. Dado que conoce la gráfica de  $\sin(x)$ , ¿cómo será la gráfica de  $2\sin(x)$  con respecto a  $\sin(x)$ ?
- A. De amplitud más pequeña
  - B. De amplitud igual
  - C. De amplitud más grande**
  - D. Toda la gráfica se recorre hacia arriba o hacia abajo
  - E. Toda la gráfica se recorre hacia la derecha o hacia la izquierda



Explicando:

$\sin(x)$  tiene una amplitud de 1, y  $2\sin(x)$  tiene una amplitud de 2, tiene una amplitud más grande.

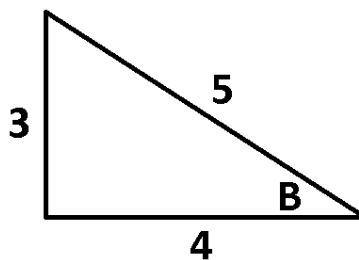


11. Sabiendo que  $\tan(B) = 3/4$ , y que la hipotenusa es 5,  $\sin(B)$  es:

- A.  $4/5$
- B.  $3/4$
- C.  $4/3$
- D.  $5/3$
- E.  $3/5$

Explicando:

Del enunciado  $\tan(\beta) = \frac{3}{4} = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$  se puede reconstruir y confirmar la hipotenusa



Por lo tanto  $\sin(B) = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{3}{5}$

12. Hallar el área de un triángulo, donde sus lados  $a = 6$ ,  $b = 8$  forman un ángulo donde se sabe que  $\sin(C) = 0.25$

- A. 6
- B. 12
- C. 14



D. 24

E. 48

Explicando:

Usando la fórmula  $A = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\theta)}{2} = \frac{6 \cdot 8 \cdot 0.25}{2} = 6$

13. Sea  $\sin(x) = 0.10$ ,  $x$  es:

A.  $x = \text{asin}(0.10)$

B.  $x = \sin(0.10)$

C.  $x = \text{asin}(1)$

D.  $x = \sin(1)$

E. No se puede determinar  $x$  con la información proporcionada

Explicando:

$$\text{asin}(\sin(x)) = \text{asin}(0.10)$$

$$x = \text{asin}(0.10)$$

14. Sea la ecuación  $\sin(x) = 6$

A. No tiene solución

B. Tiene una solución

C. Tiene dos soluciones

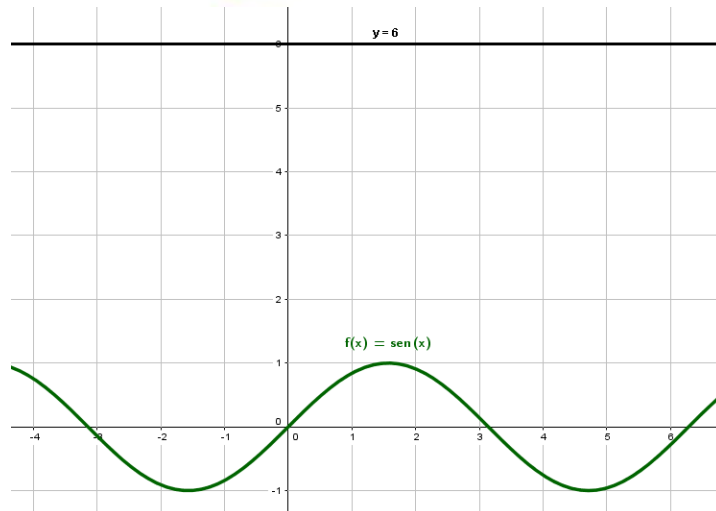
D. Tiene muchas soluciones

E. Ninguna

Explicando:

$\sin(x) = 6$  es imposible, porque independiente  $x$ , el resultado estará entre -1 y 1.

Gráficamente se puede observar que nunca se tocan:

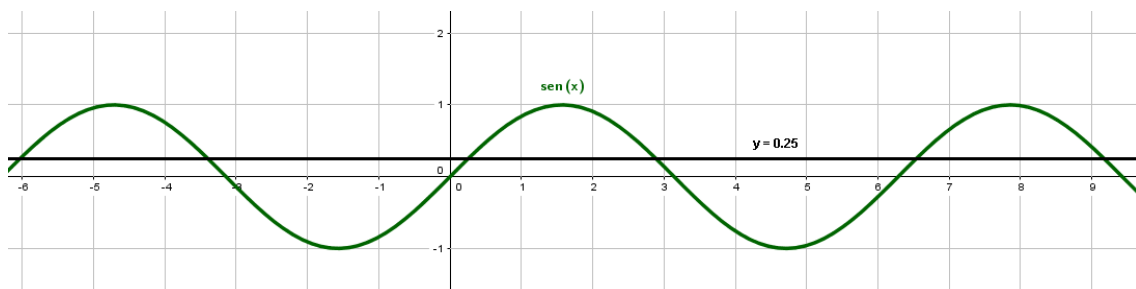


15. Sea la ecuación  $\sin(x) = 0.25$

- A. No tiene solución
- B. Tiene una solución
- C. Tiene dos soluciones
- D. Tiene muchas soluciones**
- E. Ninguna

Explicando:

Gráficamente se puede observar que ambas curvas se encuentran en varios puntos.





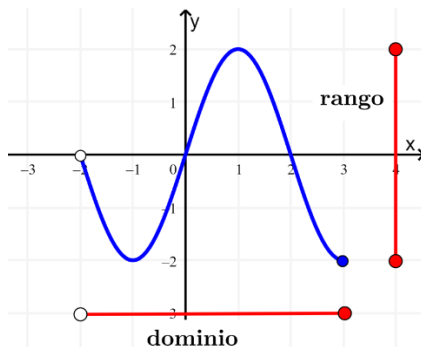
## E. FUNCIONES

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

1. El rango de una función es:
  - A. El conjunto de valores de la variable X para los cuales la función está definida.
  - B. El conjunto de valores de la variable Y para los cuales la función está definida.**
  - C. La intersección de la función con el eje X
  - D. La intersección de la función con el eje Y
  - E. Ninguno

Explicando:

El rango está dado por el conjunto de valores de la variable dependiente, para los cuales la función está definida.

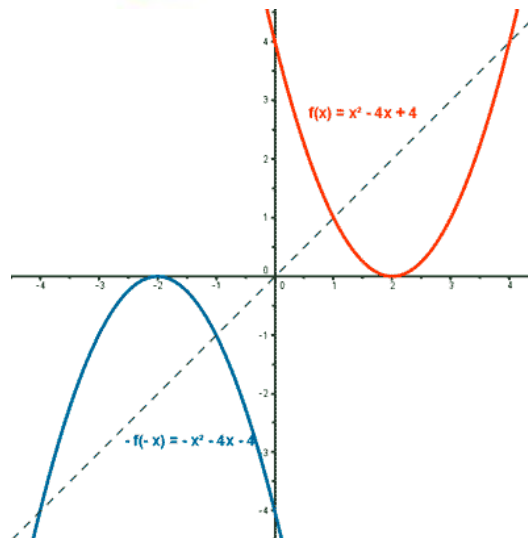


2. Se dice que una función es simétrica respecto al origen de coordenadas, cuando:
  - A.  $f(x) = -f(-x)$**
  - B.  $f(-x) = f(x)$
  - C.  $f(x) = -f(x)$
  - D.  $f(x) = 0$
  - E. Ninguno

Explicando:

La simetría respecto al origen se da a partir de la coincidencia por giro, respecto al origen de coordenadas.

En la siguiente gráfica se puede evidenciar esta situación:  $f(x) = -f(-x)$

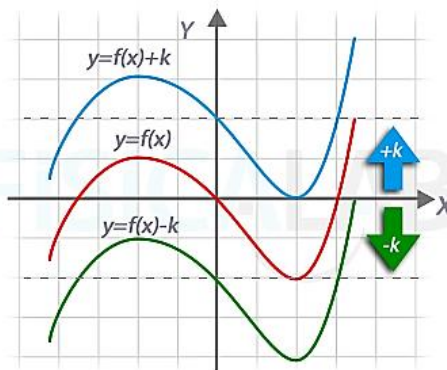


3. La traslación vertical de una función, puede expresarse como

- A.  $f(c \cdot x)$
- B.  $f(x \pm c)$
- C.  $c \cdot f(x)$
- D.  $-f(x)$
- E.  $f(x) \pm c$

Explicando:

La traslación vertical, se da a partir de la adición o sustracción de un término independiente:



4. Dada la función  $f(x) = 2^x$  calcule el valor de  $f(-4)$

- A.  $f(-4) = -8$
- B.  $f(-4) = \frac{1}{16}$
- C.  $f(-4) = -16$
- D.  $f(-4) = \frac{1}{8}$
- E. Ninguno



Explicando:

Evaluando la función en el valor dado:  $f(-4) = 2^{-4}$

Aplicando la propiedad de exponente negativo:  $f(-4) = \frac{1}{2^4}$

Evaluando la potencia:  $f(-4) = \frac{1}{16}$

5. El dominio de la función:  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  es:

A. Todos los números reales excepto -1

**B. Todos los números reales excepto 1**

C. El intervalo  $[1, \infty[$

D. Todos los números reales

E. Ninguno

Explicando:

La función dada, es racional. En consecuencia, el dominio está dado para todos los números reales, excepto para aquellos que generen una división entre cero. En este sentido:  $x - 1 \neq 0$

Resolviendo:  $x \neq 1$

$Df = \mathbb{R} - \{1\}$

6. Sea:  $f(x) = \sqrt{x}$  y  $g(x) = x^2 + 1$  Evalúe:  $g(f(1))$

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

E. Ninguno

Explicando:

Para poder obtener el valor de  $g(f(1))$ , debemos obtener previamente:  $f(1)$

Evaluando la función  $f(x) = \sqrt{x}$  en  $x = 1$ :

$$f(1) = \sqrt{1} = 1$$

Con este resultado, podemos evaluar la expresión:  $g(f(1)) = g(1)$

Finalmente, evaluando la función  $g(x) = x^2 + 1$  en  $x = 1$ :

$$g(1) = 1^2 + 1$$

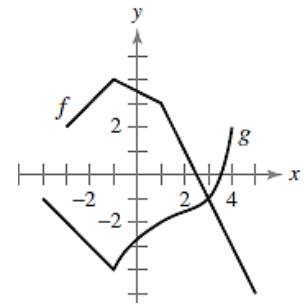
Operando:

$$g(1) = 1 + 1 = 2$$



7. Utilice el gráfico de  $f$  y  $g$  para evaluar  $g(f(2))$ :

- A. -1
- B. 2
- C. 1
- D. 0
- E. -2**



Explicando:

Para poder obtener el valor de  $g(f(2))$ , debemos obtener previamente:  $f(2)$

Del gráfico de la función  $f$  se tiene que:  $f(2) = 1$

Con este resultado, podemos evaluar la expresión:  $g(f(2)) = g(1)$

Del gráfico de la función  $g$  se tiene que:  $g(1) = -2$



## F. GEOMETRÍA ANALÍTICA

Resuelva cada ejercicio de esta parte. Use una hoja para hacer cálculos y anotaciones. Indique luego la única respuesta correcta.

1. Se dice que los puntos  $M(1, 2)$  y  $N(0, -1)$  pertenecen a  $y = x^2 + x$ , ¿qué puede afirmar?

- A. Solo M pertenece
- B. Solo N pertenece
- C. M y N pertenecen
- D. Ni M ni N pertenecen
- E. Ninguna

Explicando:

Para  $M(1, 2)$ ,  $x = 1$  así  $y = (1)^2 + 1 = 2$ , M pertenece a la curva

Para  $N(0, -1)$ ,  $x = 0$  así  $y = (0)^2 + 0 = 0$ , N no pertenece a la curva

2. El punto medio entre dos puntos  $(-3, 4)$  y  $(-3, 6)$  es:

- A.  $(0, -5)$
- B.  $(-6, 5)$
- C.  $(-3, 5)$
- D.  $(3, -5)$
- E. Ninguna

Explicando:

$$PM = \left( \frac{-3 + -3}{2}, \frac{4 + 6}{2} \right) = (-3, 5)$$

3. La pendiente entre los puntos  $(1, -1)$  y  $(-1, 1)$  es:

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

Explicando:

$$m = \frac{1 - -1}{-1 - 1} = \frac{2}{-2} = -1$$



UNIVERSIDAD  
**CATÓLICA**  
BOLIVIANA  
ERIGIDA CANÓNICAMENTE  
POR LA SANTA SEDE DESDE 2023





4. Dada la recta  $y = 5x - 1$ , ¿cuál de las siguientes es su paralela?
- A.  $y = -x + 5$
  - B.  $y = -1$
  - C.  $y = 5x$
  - D.  $y = -x - 5$
  - E. Ninguna

Explicando:

Dos rectas paralelas tienen IGUAL pendiente, de  $y = mx + b$  se sabe que  $m$  es la pendiente.

5. ¿Cuál de las siguientes rectas es decreciente?
- A.  $y = -x + 5$
  - B.  $y = 0x + 5$
  - C.  $y = x + 5$
  - D.  $y = 2$
  - E.  $x = 3$

Explicando:

Una recta es decreciente cuando su pendiente es negativa, de  $y = mx + b$  se sabe que  $m$  es la pendiente.

6. ¿Cuál de las siguientes rectas es horizontal?
- A.  $y = -x + 5$
  - B.  $y = x + 5$
  - C.  $y = x$
  - D.  $y = -3$
  - E.  $x = -4$

Explicando:

Una recta es horizontal cuando su pendiente es cero (no crece ni decrece), de  $y = mx + b$  se sabe que  $m$  es la pendiente.

$$y = 0x - 3 = -3$$



7. Define “polígono regular”

- A. Figura cerrada con todos sus lados iguales, pero ángulos diferentes
- B. Figura cerrada con todos sus lados diferentes, pero ángulos iguales
- C. Figura no cerrada con todos sus lados y ángulos iguales
- D. Figura cerrada con todos sus lados y ángulos iguales**
- E. Ninguna

Explicando:

Un polígono regular se caracteriza por lados y ángulos iguales.

8. La recta  $y = -4x + 4$ , ¿en qué punto intercepta con el eje  $y$ ?

- A. (4, 0)
- B. (0, 4)**
- C. (0, 0)
- D. (-4, 0)
- E. (0, -4)

Explicando:

De la recta  $y = mx + b$ , el intercepto con eje  $y$  se da cuando  $x = 0$ , por lo tanto, en  $(0, b)$

9. La recta  $y = 2x - 2$ , ¿en qué punto intercepta con el eje  $x$ ?

- A. (1, 0)**
- B. (-1, 0)
- C. (0, 0)
- D. (0, 1)
- E. (0, -1)

Explicando:

De la recta  $y = mx + b$ , el intercepto con eje  $x$  se da cuando  $y = 0$ , así:

$$0 = 2x - 2$$

$$2 = 2x$$

$$x = 1$$

El punto será (1, 0)



10. Dadas las rectas L1:  $y = x - 1$ ; L2:  $y = -x + 1$ ; L3:  $y = -x - 1$ , ¿cuáles se interceptan en el eje  $y$ ?

- A. L1 y L2
- B. L1 y L3**
- C. L2 y L3
- D. Ninguna pasa por el eje  $y$
- E. Todas pasan por el eje  $y$ , pero no se interceptan

Explicando:

L1 tiene una intercepto con eje  $y$  en  $(0, -1)$

L2 tiene una intercepto con eje  $y$  en  $(0, 1)$

L3 tiene una intercepto con eje  $y$  en  $(0, -1)$

Por lo tanto, L1 y L3 se interceptan en el eje  $y$ .

11. Para encontrar la ecuación de una recta, se necesita conocer:

- A. Solo la pendiente
- B.  $(a, 0)$  y  $(0, b)$  que pertenecen a la recta**
- C. Solo un punto
- D. Solo la intersección con el eje  $y$
- E. Ninguna

Explicando:

Si solo se tiene un punto, hay infinita cantidad de rectas que pasan por un punto.

Si solo se tiene una pendiente, hay infinita cantidad de rectas que comparten una pendiente.

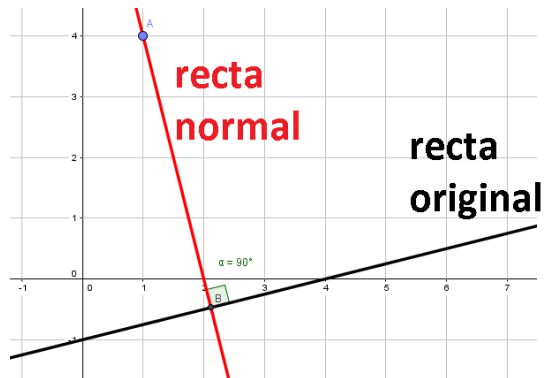
Para definir una recta se necesita un punto y una pendiente; la pendiente se puede conseguir conociendo dos puntos que pertenezcan a la recta. Así, se puede encontrar la ecuación de la recta conociendo dos puntos de la misma.

12. Para encontrar la normal una recta

- A. Solo se necesita conocer la recta original
- B. Solo se necesita conocer un punto de la recta original
- C. Se necesita conocer la recta original y un punto cualquiera**
- D. Solo se necesita conocer un punto cualquiera
- E. Ninguna

Explicando:

La normal es una recta con pendiente perpendicular a la recta original, para definirla además de la pendiente original se necesita un punto por el que pasará la normal.



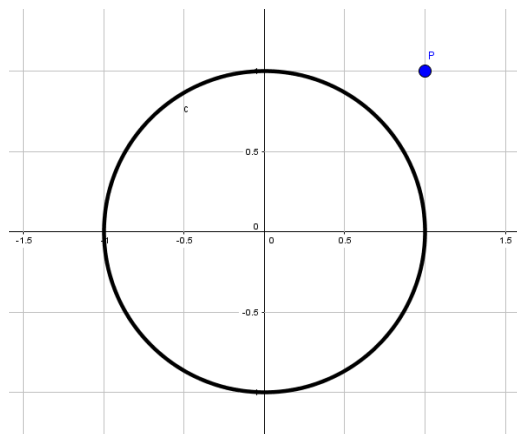
Si no se define el punto A, hay infinita cantidad de rectas normales

13. ¿Qué afirmación puede dar sobre el punto (1, 1)?

- A. Esta sobre la circunferencia unitaria
- B. Esta fuera de la circunferencia unitaria**
- C. Esta dentro de la circunferencia unitaria
- D. Forma un ángulo de 90 grados
- E. Forma un ángulo de 180 grados

Explicando:

Se observa el círculo unitario y el punto (1, 1)





14. La forma general de una circunferencia es  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ , si se define la circunferencia  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$ , ¿cuánto vale el radio de la circunferencia?
- A. -1
  - B. 1
  - C. 3**
  - D. -3
  - E. 9

Explicando:

De la definición  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ , se sabe que el centro es  $(h, k)$  y el radio es  $r$ . Así  $r^2 = 9$  entonces  $r = 3$ .

15. La forma general de una circunferencia es  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ , si se define la circunferencia  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$ , ¿dónde se encuentra el centro de la circunferencia?
- A. (-3, -1)
  - B. (-3, 1)
  - C. (3, -1)**
  - D. (3, 1)
  - E. Ninguna

Explicando:

De la definición  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ , se sabe que el centro es  $(h, k)$  y el radio es  $r$ . Así  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$  se puede reescribir como  $(x - +3)^2 + (y - -1)^2 = 9$ , entonces el centro se encuentra en  $(3, -1)$



## FORMULARIO MATEMÁTICAS

<b>Símbolos matemáticos</b>	
$A \wedge B$ conector lógico “y” $A \vee B$ conector lógico “o” $[p, q]$ de “p” a “q” incluyendo “p” M.C.D. Máximo Común Divisor	$\sphericalangle$ ángulo $\parallel$ paralelo $\perp$ perpendicular m.c.m. mínimo común múltiplo
<b>Álgebra</b>	
<b>Fórmula cuadrática:</b>  Sea $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	<b>Definición de logaritmo:</b>  $\log_b a = n \rightarrow b^n = a$
<b>Propiedades de potencias y raíces:</b>  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}; a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$  $\left(\frac{ab}{c}\right)^n = \frac{a^n b^n}{c^n}; x^{-1} = \frac{1}{x}; \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$	<b>Propiedades de logaritmos:</b>  $\log(A^n) = n \cdot \log(A)$  $\log\left(\frac{A \cdot B}{C}\right) = \log(A) + \log(B) - \log(C)$
<b>Definición valor absoluto:</b>  $ x  = \begin{cases} x & \text{si, } x \geq 0 \\ -x & \text{si, } x < 0 \end{cases}$	<b>Productos notables y factorización:</b>  $(r + s)^2 = r^2 + 2rs + s^2$ $(r - s)(r + s) = r^2 - s^2$ $(m + r)(m + s) = m^2 + (r + s)m + rs$ $(r + s)^3 = r^3 + 3r^2s + 3rs^2 + s^3$
<b>Trigonometría</b>	
<b>Grados Sexagesimales a Radianes:</b>  $180^\circ \rightarrow \pi \text{ rad}$  <b>Longitud de arco:</b> $l = r \cdot \theta$ , donde $\theta$ en radianes  <b>Área de un triángulo:</b>  $A = \frac{a \cdot b \cdot \sin(\theta)}{2}$  <b>Teorema de senos:</b>  $\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$  <b>Teorema de cosenos:</b>  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(A)$	<b>Identidades trigonométricas fundamentales:</b>  $\cos^2(A) + \sin^2(A) = 1$ $\csc^2(A) = 1 + \cot^2(A)$ $\sec^2(A) = 1 + \tan^2(A)$  <b>Identidades trigonométricas recíprocas:</b>  $\sec(\theta) = \frac{1}{\cos(\theta)}; \csc(\theta) = \frac{1}{\sin(\theta)}; \cot(\theta) = \frac{1}{\tan(\theta)}$  <b>Identidades trigonométricas de cociente:</b>



	$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$
Función sinusoidal: $y = \sin(\omega t)$ o $y = \cos(\omega t)$ donde $\omega = 2\pi f$ y $f = \frac{1}{T}$ , donde $T$ es el periodo o tiempo de duración de un ciclo	
<b>Geometría analítica</b>	
Pendiente entre dos puntos: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	Punto medio entre dos puntos: $PM = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$
Distancia entre dos puntos: $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$	Área y Perímetro de un Círculo: $A = \pi r^2$ $P = 2\pi r$
<b>Cálculo</b>	
$y = x^n \rightarrow y' = n \cdot x^{n-1}$ $y = \sin(x) \rightarrow y' = \cos(x)$ $y = \cos(x) \rightarrow y' = -\sin(x)$	$y = e^x \rightarrow y' = e^x$ $y = u \cdot v \rightarrow y' = u'v + uv'$ $y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$



## LENGUAJE

### Texto base para preguntas 1–3

*"En 1948 se fundó la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), con el propósito de promover la paz mediante la cooperación internacional en educación, ciencia y cultura. Desde entonces, ha impulsado programas de alfabetización, preservación del patrimonio y defensa de la libertad de expresión."*

1. ¿Cuál es el propósito principal de la UNESCO según el texto?
  - a) Regular los conflictos bélicos
  - b) Promover la paz mediante cooperación en educación, ciencia y cultura
  - c) Controlar la economía mundial
  - d) Sustituir a la ONU
2. La mención de *"preservación del patrimonio"* se refiere a:
  - a) La protección de bienes culturales y naturales
  - b) La defensa de los derechos laborales
  - c) La conservación de recursos financieros
  - d) La creación de nuevas industrias
3. Si un país desea alinearse con la misión de la UNESCO, ¿qué acción sería más coherente?
  - a) Invertir en programas de alfabetización
  - b) Reducir la inversión en educación
  - c) Limitar la libertad de expresión
  - d) Ignorar la cooperación internacional

### Texto base para preguntas 4–6

*"En la obra de Miguel de Cervantes, Don Quijote representa el idealismo que choca con la realidad. Su figura invita a reflexionar sobre la tensión entre los sueños y las limitaciones del mundo."*

4. Según el texto, Don Quijote simboliza:
  - a) El realismo práctico
  - b) El idealismo frente a la realidad
  - c) La obediencia a las normas sociales
  - d) La crítica política directa
5. La frase *"tensión entre los sueños y las limitaciones del mundo"* sugiere:
  - a) Que los sueños siempre se cumplen
  - b) Que existe un contraste entre aspiraciones y obstáculos
  - c) Que la realidad no influye en los ideales
  - d) Que los ideales carecen de valor
6. Si un estudiante se inspira en Don Quijote, ¿qué actitud reflejaría mejor esa inspiración?
  - a) Buscar transformar la realidad a pesar de las dificultades
  - b) Evitar cualquier proyecto ambicioso



- c) Renunciar a sus sueños por miedo al fracaso
- d) Limitarse a repetir lo que otros hacen

7. “Fotosíntesis es a plantas como respiración es a...”

- a) Animales
- b) Agua
- c) Luz
- d) Clorofila

8. En la frase “*El orador fue muy elocuente en su discurso*”, el término elocuente puede sustituirse por:

- a) Confuso
- b) Persuasivo
- c) Breve
- d) Silencioso

9. Si se afirma: “*La Revolución Francesa impulsó ideales de libertad e igualdad*”, se puede inferir que:

- a) Fue un movimiento que promovió valores democráticos
- b) Se limitó a cambios económicos sin impacto social
- c) No tuvo relación con los derechos humanos
- d) Rechazó cualquier forma de libertad

10. Selecciona la opción gramaticalmente correcta que completa la oración:

*"En caso de que se requiera proteger el bosque amazónico, que \_\_\_\_\_ implementar medidas urgentes de conservación."*

- a) implementaría
- b) he implementado
- c) habré implementado
- d) implementé
- e) implemento

11. Escoja la palabra que no pertenece al campo léxico:

- a. Constelación
- b. Galaxia
- c. Planeta
- d. Satélite
- e. Pintura

12. ¿Cuál de las oraciones siguientes es la que MEJOR se acomoda al significado del fragmento?

- a) El cambio climático no afecta la disponibilidad de agua dulce ni la seguridad alimentaria.
- b) El cambio climático modifica los ecosistemas y pone en riesgo la seguridad alimentaria.
- c) El cambio climático solo produce beneficios en la agricultura y el acceso al agua.



- d) El cambio climático se limita a causar variabilidad en las lluvias, sin afectar otros procesos.
- e) Ninguna de las opciones.

13. La idea que completa coherentemente el enunciado propuesto es:

*"El gobierno anunció nuevas medidas de reforestación, luego \_\_\_\_\_"*

- a) se iniciaron campañas de concientización en las escuelas
- b) los árboles crecieron instantáneamente en todo el país
- c) se olvidó completamente el proyecto anunciado
- d) eran tres voluntarios en la plaza
- e) se construyeron más edificios en la ciudad

14. El conector que da coherencia a la idea es:

*"Todos reconocen la importancia de la lectura, \_\_\_\_\_ muchos estudiantes no dedican tiempo suficiente a practicarla."*

- a) Es el caso de
- b) Debido a
- c) Detrás de eso
- d) No obstante
- e) En consecuencia

15. Identifica la oración más coherente dentro del contexto histórico:

- a) La Revolución Industrial permitió avances tecnológicos que transformaron la producción.
- b) La Revolución Industrial fue un evento deportivo que cambió la historia.
- c) La Revolución Industrial ocurrió en América Latina durante el siglo XXI.
- d) La Revolución Industrial fue una guerra entre países europeos.

16. Elige la opción que mantiene mejor la conexión entre ideas:

- a) Los bosques son esenciales para la vida. Además, producen oxígeno y regulan el clima.
- b) Los bosques son esenciales para la vida. Sin embargo, producen oxígeno y regulan el clima.
- c) Los bosques son esenciales para la vida. Por lo tanto, producen oxígeno y regulan el clima.
- d) Los bosques son esenciales para la vida. Aunque producen oxígeno y regulan el clima.

17. Selecciona la oración sin errores de concordancia:

- a) Las tradiciones reflejan la identidad de un pueblo y fortalecen su sentido de pertenencia.
- b) Las tradiciones refleja la identidad de un pueblo y fortalecen su sentido de pertenencia.
- c) Las tradición reflejan la identidad de un pueblo y fortalecen su sentido de pertenencia.
- d) Las tradiciones reflejan la identidad de un pueblo y fortalecen su sentido de pertenecía.

18. Elige la opción más coherente:

- a) El uso responsable de la tecnología mejora la comunicación y el aprendizaje.
- b) El uso responsable de la tecnología causa aislamiento y desinformación.



- c) El uso responsable de la tecnología destruye la creatividad humana.
- d) El uso responsable de la tecnología impide el acceso al conocimiento.

19. Selecciona la opción que usa correctamente los conectores:

- a) La solidaridad une a las personas; por eso, fortalece las comunidades.
- b) La solidaridad une a las personas; sin embargo, fortalece las comunidades.
- c) La solidaridad une a las personas; aunque fortalece las comunidades.
- d) La solidaridad une a las personas; además, las divide.

20. Identifica la secuencia más lógica para un texto argumentativo:

- a) Conclusión → Ejemplo → Introducción
- b) Introducción → Desarrollo → Conclusión
- c) Ejemplo → Conclusión → Introducción
- d) Desarrollo → Introducción → Conclusión

21. Selecciona la opción con uso correcto de los signos de puntuación:

- a) La lectura, mejora la concentración, la memoria y la empatía.
- b) La lectura mejora la concentración, la memoria y la empatía.
- c) La lectura mejora la concentración la memoria y la empatía.
- d) La lectura mejora la concentración la memoria, y la empatía.

22. Elige la opción más coherente y cohesionada:

- a) La honestidad es un valor fundamental; sin ella, la confianza se pierde.
- b) La honestidad es un valor fundamental; sin embargo, la confianza se pierde.
- c) La honestidad es un valor fundamental; aunque la confianza se pierde.
- d) La honestidad es un valor fundamental; además, la confianza se pierde.



## SOLUCIONARIO

Nº	Respuesta correcta	Retroalimentación
1	b) Leer críticamente y comunicar con claridad	El texto destaca que estas capacidades son decisivas para el éxito académico y personal, no solo la adaptación superficial.
2	b) Se enfrentan a un entorno distinto y más exigente	“Dejar atrás rutinas” implica cambio y desafío, no continuidad.
3	b) Buscar nuevas estrategias de estudio	Adaptarse supone modificar hábitos y explorar nuevas formas de aprendizaje.
4	b) Influyen en pensamientos y emociones	El texto señala explícitamente que las palabras afectan cómo pensamos y sentimos.
5	b) Las palabras pueden afectar colectivamente a las personas	El comentario negativo tiene impacto emocional y social, no solo individual.
6	a) Reconocer los aportes de los estudiantes con palabras positivas	El uso del lenguaje motivador fomenta participación y confianza.
7	a) Animales	La fotosíntesis es el proceso vital de las plantas, así como la respiración lo es para los animales.
8	b) Persuasivo	“Elocuente” describe a quien se expresa con claridad y capacidad de convencer.
9	a) Fue un movimiento que promovió valores democráticos	Los ideales de libertad e igualdad son pilares de la democracia moderna.
10	a) implementaría	El contexto plantea una situación hipotética (“en caso de que se requiera”), por lo que corresponde el uso del <b>condicional</b> “implementaría”, que expresa una acción posible o eventual. Las demás opciones no mantienen la coherencia temporal ni lógica con la estructura de la oración.
11	e) Pintura	"El cambio climático afecta la disponibilidad de agua dulce en diversas regiones del planeta. Los procesos de desertificación, el derretimiento de glaciares y la variabilidad de las lluvias modifican los ecosistemas y ponen en riesgo la seguridad alimentaria. Las estrategias de mitigación incluyen la reforestación, el uso eficiente del agua y la reducción de emisiones contaminantes."
12	b) El cambio climático modifica los ecosistemas y pone en	El fragmento señala explícitamente que el cambio climático altera ecosistemas y amenaza la seguridad



	riesgo la seguridad alimentaria.	alimentaria. Las demás opciones contradicen o reducen el alcance de lo expresado en el texto.
13	a) Se iniciaron campañas de concientización en las escuelas	La opción <b>a</b> mantiene la coherencia lógica con el tema de la reforestación, ya que las campañas educativas complementan las medidas ambientales. Las demás opciones son incoherentes, exageradas o no guardan relación con el contexto.
14	d) No obstante	El enunciado presenta una <b>contradicción</b> entre lo que se reconoce (la importancia de la lectura) y lo que realmente ocurre (pocos estudiantes practican). El conector “ <b>No obstante</b> ” introduce esa oposición de manera coherente. Las demás opciones no establecen la relación lógica adecuada.
15	a)	Relación lógica entre causa y efecto histórico.
16	a)	Uso adecuado del conector “además” para sumar ideas relacionadas.
17	a)	Concordancia entre sustantivo y verbo; ortografía correcta.
18	a)	Relación positiva entre tecnología y aprendizaje; sentido lógico.
19	a)	“Por eso” conecta causa y consecuencia correctamente.
20	b)	Orden clásico de exposición argumentativa.
21	b)	Puntuación adecuada para separar elementos de una enumeración.
22	a)	Conector “sin ella” establece relación condicional clara y fluida.